

PCSI – TD₇

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1 :

Étude complète et représentation graphique des fonctions :

$$u : x \mapsto \frac{\ln x}{x} \quad v : x \mapsto \ln |x^2 - 1| \quad w : x \mapsto \frac{1}{1 + \cos(x)^2} \quad z : x \mapsto \frac{x^4}{x^3 + 1} \quad f : x \mapsto x + \sqrt{|x^2 - 1|}$$

Exercice 2 :

Établir les inégalités suivantes :

1. $\forall x \in]-1, +\infty[$, $\frac{x}{1+x} \leq \ln(1+x) \leq x$
2. $\forall x \in \mathbb{R}_+$, $e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2}$.

Exercice 3 :Soit $p \in]0, 1]$.

1. Montrer que pour tout $t \geq 0$, on a $(1+t)^p \leq 1+t^p$.
2. En déduire que pour tout $x, y \geq 0$,
 $(x+y)^p \leq x^p + y^p$.