

PCSI – TD<sub>63</sub>

Vésale Nicolas

2017 – 2018

---

---

**Exercice 1:**

Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . On lance  $n$  fois une pièce qui a une probabilité  $p \in ]0, 1[$  de tomber sur pile.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois « pile » ?
2. Quelle est la probabilité qu'au cours des  $n$  lancers, « face » ne soit jamais suivi de « pile » ?

**Exercice 2:**

Soient  $A_1, \dots, A_n$  des événements mutuellement indépendants. Montrer que la probabilité qu'aucun des  $A_i$  ne soit réalisé est inférieure à  $\exp\left(-\sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i)\right)$ .

**Exercice 3:**

Quelle variable aléatoire utiliser pour modéliser les situations suivantes ?

1. On jette deux dés, on cherche à déterminer si le résultat est divisible par 3.
2. On jette  $n$  fois un dé à 6 faces et on s'intéresse au nombre de 6 obtenus.
3. On observe une particule radioactive de constante de désintégration  $\lambda$ . On cherche à savoir si elle s'est désintégrée avant un temps  $t_0 > 0$ .
4. On transmet un message à  $n$  bits, dont chacun a une probabilité  $p$  d'être modifié. On cherche à savoir combien ont été modifiés.
5. On effectue des tirages successifs sans remise dans une urne contenant  $n$  boules dont une blanche. On s'intéresse au nombre de tirages nécessaires avant d'avoir la boule blanche.

Dans chaque cas, on donnera l'espérance et la variance de la variable aléatoire dont il est question.

**Exercice 4:**

La variable aléatoire  $X$  suit une loi  $\mathcal{B}(n, p)$ . Quelle est la loi de  $Y = n - X$  ?

**Exercice 5:**

La variable aléatoire  $X$  suit une loi  $\mathcal{B}(n, p)$ . Calculer l'espérance de:  $Y = \frac{1}{1 + X}$ .