

PCSI – TD₆₂

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1:

Soient A et B deux événements d'un espace probabilisé. On suppose $0 < \mathbb{P}(B) < 1$. Montrer :

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A|B) \times \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A|\bar{B}) \times \mathbb{P}(\bar{B}).$$

Exercice 2:

Une urne contient 15 boules, une noire, 5 rouges et 9 vertes. On tire simultanément trois boules. Quelle est la probabilité que:

1. le tirage soit tricolore?
2. on tire exactement une noire et au moins une rouge?
3. les trois boules tirées ont la même couleur?

Exercice 3:

Un professeur dispose d'un trousseau de n clés et cherche à ouvrir une salle, qui s'ouvre avec exactement une clé. Pour ceci, il essaye les clés au hasard, les unes après les autres. Quelle est la probabilité qu'il ouvre la salle après avoir essayé exactement k clés?

Exercice 4:

Le fonctionnement temporel d'un appareil possédant une maintenance obéit aux règles suivantes:

1. s'il fonctionne à la date n , il a une probabilité a de tomber en panne à la date $n + 1$,
2. s'il est en panne à la date n , il a une probabilité b d'être réparé à la date $n + 1$.

où $n \in \mathbb{N}$ et $(a, b) \in]0, 1[^2$. On suppose que l'appareil marche au temps 0 et on note M_n l'évènement « l'appareil marche au temps n ».

Calculer $\mathbb{P}(M_n)$ pour tout entier naturel n , puis sa limite lorsque n tend vers $+\infty$. Interpréter.

Exercice 5:

Une maladie affecte une personne sur mille. On dispose d'un test qui détecte 99% des malades, et qui donne 0,2% de faux positifs chez une personne saine. Une personne est contrôlée positive. Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ?