

PCSI – TD₆₁

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1:

Soit n un entier naturel impair et M une matrice antisymétrique de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Montrer que $\text{Det}(M) = 0$. Est-ce encore le cas si n est pair?

Exercice 2:

Soit A et B deux matrices réelles qui commutent. Montrer que: $\text{Det}(A^2 + B^2) \geq 0$.¹

Exercice 3:

Soit $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$. Calculer en fonction de $\text{Det}(A)$ le déterminant de l'application linéaire:

$$\varphi : \begin{cases} \mathcal{M}_2(\mathbb{K}) & \longrightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{K}) \\ M & \longmapsto A \times M \end{cases}.$$

Exercice 4:

Soient A, B, C trois évènements d'un espace probablisable. Exprimer les évènements suivants:

1. Aucun des évènements A, B ou C n'est réalisé.
2. Un seul des trois évènements A, B ou C est réalisé.
3. Au moins deux des trois évènements A, B ou C sont réalisés.
4. Pas plus de deux des trois évènements A, B ou C sont réalisés.

Exercice 5:

Soient A et B deux évènements d'un espace probablisé. Montrer que:

$$\max(0, \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - 1) \leq \mathbb{P}(A \cap B) \leq \min(\mathbb{P}(A), \mathbb{P}(B))$$

Exercice 6:

Montrer que la probabilité d'obtenir deux piles ou deux faces de suite avec une pièce « pipée » est supérieure ou égale à celle de l'obtenir une avec une pièce « honnête ».

¹On pourra penser à factoriser dans \mathbb{C}