

PCSI – TD₅₄

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1:

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite constante. À quelle condition la série $\sum u_n$ converge-t-elle?

Exercice 2:

1. Peut-on dire que $\sum u_n$ et $\sum v_n$ convergent si $\sum (u_n + v_n)$ converge?
2. Si $\sum u_n$ et $\sum v_n$ divergent, est-ce aussi le cas de $\sum (u_n + v_n)$?
3. Que peut-on dire de $\sum (u_n + v_n)$ si $\sum u_n$ converge et $\sum v_n$ diverge?

Exercice 3:

Montrer que:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k+1} = \ln(2).$$

Exercice 4:

Soit $P \in \mathbb{R}_n[x]$. Montrer que:

$$\forall a \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, \quad P(x) = \sum_{k=0}^n \frac{P^{(k)}(a)}{k!} \times (x - a)^k.$$

Exercice 5:

Déterminer les limites si elles existent de:

1. $\sum_{k=0}^{n-1} \frac{n}{k^2 + n \times k + n^2}$
2. $\frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 \times \sin\left(\frac{\pi k}{n}\right)$
3. $\sum_{k=1}^n \frac{n+k}{n^2+k}$
4. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 - k^2}}$