

PCSI – TD<sub>46</sub>

Vésale Nicolas

2017 – 2018

**Exercice 1 :**

Vrai ou faux : Les ensembles suivants sont des sous-espaces vectoriels de  $\mathbb{R}^3$ .

1.  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x = y = z\}$ ;
2.  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x + y + z = 0\}$ ;
3.  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x + y + z = 1\}$ ;
4.  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x \times y = 0\}$ .

**Exercice 2 :**

Vrai ou faux :

1.  $\mathbb{Z}$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}$ ;
2.  $\mathbb{R}$  est un sous-espace vectoriel du  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathbb{C}$ ;
3.  $\mathbb{U} = \{z \in \mathbb{C} / |z| = 1\}$  est un sous-espace vectoriel du  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathbb{C}$ ;
4.  $B = \{z \in \mathbb{C} / |z| \leq 1\}$  est un sous-espace vectoriel du  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $\mathbb{C}$ ;
5.  $\{0\}$  et  $\mathbb{C}$  sont les seuls sous-espaces vectoriels du  $\mathbb{C}$ -espace vectoriel  $\mathbb{C}$ .

**Exercice 3 :**

Vrai ou faux :  $F$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathcal{F}([-1, 1], \mathbb{R})$  quand  $F$  est l'ensemble des fonctions :

1. dérivables sur  $[-1, 1]$ ;
2. bornées sur  $[-1, 1]$ ;
3. telles que  $f(1) = 0$ ;
4. telles que  $f(1) = 1$ ;
5. paires;
6. impaires;
7. paires ou impaires;
8. croissantes sur  $[-1, 1]$ ;
9. monotones sur  $[-1, 1]$ .

**Exercice 4 :**

Montrer que dans tout  $\mathbb{K}$ -espace vectoriel les relations suivantes sont vérifiées :

1.  $\forall x \in E, 0_{\mathbb{K}}.x = 0_E$ ;
2.  $\forall \lambda \in \mathbb{K}, \lambda.0_E = 0_E$ ;
3.  $\forall x \in E, (-1).x = -x$ ;
4.  $\forall (\lambda, x) \in \mathbb{K} \times E, \lambda.x = 0_E \iff (\lambda = 0_{\mathbb{K}} \text{ ou } x = 0_E)$ .