

PCSI – TD<sub>35</sub>

Vésale Nicolas

2017 – 2018

---

---

**Exercice 1 :**

Calculer le PGCD des entiers 180, 606 et 750.

**Exercice 2 :**

Calculer le PGCD des couples d'entiers suivants et déterminer une relation de Bézout dans chaque cas :

$$(a, b) = (955, 183) \quad \text{et} \quad (a, b) = (1665, 1035)$$

en déduire dans les deux cas l'ensemble des solutions entières de l'équation  $a \times x + b \times y = 1$ .

**Exercice 3 :**

Montrer que pour tout entier naturel  $n$ , il existe  $n$  entiers naturels consécutifs sans nombres premiers.

**Exercice 4 :**

Déterminer le nombre de diviseurs positifs de l'entier  $n = 1800$ . Généraliser ce résultat à un entier  $n \geq 2$ , en donnant une formule en fonction des puissances qui apparaissent dans sa décomposition en facteurs premiers.

**Exercice 5 :**

Soit  $n$  un entier naturel. Montrer qu'il existe  $(a_n, b_n) \in \mathbb{Z}^2$  tels que :

$$(1 + \sqrt{2})^n = a_n + \sqrt{2} b_n.$$

Montrer par récurrence sur  $n$  que  $a_n$  et  $b_n$  sont premiers entre eux pour tout  $n$ .

**Exercice 6 :**

Déterminer en fonction de  $n \in \mathbb{N}$  le nombre d'entiers  $(x, y) \in \mathbb{N}^2$  solutions de l'équation :

$$x + 3y = n.$$