

PCSI – TD<sub>34b</sub>

Vésale Nicolas

2017 – 2018

---

---

**Exercice 1 :**

Les nombres  $a, b, c, d$  étant des éléments non nuls de  $\mathbb{Z}$ , dire si les propriétés suivantes sont vraies ou fausses, en justifiant la réponse.

1. Si  $a$  divise  $b$  et  $c$ , alors  $c^2 - 2b$  est multiple de  $a$ .
2. S'il existe  $u$  et  $v$  entiers tels que  $au + bv = d$  alors  $\text{pgcd}(a, b) = |d|$ .
3. Si  $a$  est premier avec  $b$ , alors  $a$  est premier avec  $b^3$ .
4. Si  $a$  divise  $b + c$  et  $b - c$ , alors  $a$  divise  $b$  et  $a$  divise  $c$ .
5. Si 19 divise  $ab$ , alors 19 divise  $a$  ou 19 divise  $b$ .
6. Si  $a$  est multiple de  $b$  et si  $c$  est multiple de  $d$ , alors  $a + c$  est multiple de  $b + d$ .
7. Si 4 ne divise pas  $bc$ , alors  $b$  ou  $c$  est impair.
8. Si  $a$  divise  $b$  et  $b$  ne divise pas  $c$ , alors  $a$  ne divise pas  $c$ .
9. Si 5 divise  $b^2$ , alors 25 divise  $b^2$ .
10. Si 12 divise  $b^2$ , alors 4 divise  $b$ .
11. Si 12 divise  $b^2$ , alors 36 divise  $b^2$ .
12. Si 91 divise  $ab$ , alors 91 divise  $a$  ou 91 divise  $b$ .
13. Si  $a$  divise  $b$  et  $b$  divise  $c$ , alors  $a$  divise  $c$ .
14. Si  $a$  divise  $b$  et  $c$ , alors  $a$  divise  $2b + 3c$ .
15. S'il existe  $u$  et  $v$  entiers tels que  $au + bv = 4$  alors  $\text{PGCD}(a, b) = 4$ .
16. Si  $7a - 9b = 1$  alors  $a$  et  $b$  sont premiers entre eux.
17. Si  $a$  divise  $b$  et  $b$  divise  $c$  et  $c$  divise  $a$ , alors  $|a| = |b|$ .
18. «  $a$  et  $b$  premiers entre eux » équivaut à «  $\text{PPCM}(a, b) = |ab|$  ».
19. Si  $a$  divise  $c$  et  $b$  divise  $d$ , alors  $ab$  divise  $cd$ .
20. Si 9 divise  $ab$  et si 9 ne divise pas  $a$ , alors 9 divise  $b$ .
21. Si  $a$  divise  $b$  ou  $a$  divise  $c$ , alors  $a$  divise  $bc$ .
22. «  $a$  divise  $b$  » équivaut à «  $\text{PPCM}(a, b) = |b|$  ».
23. Si  $a$  divise  $b$ , alors  $a$  n'est pas premier avec  $b$ .
24. Si  $a$  n'est pas premier avec  $b$ , alors  $a$  divise  $b$  ou  $b$  divise  $a$ .