

PCSI – TD₃₄

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1 :

Sachant que l'on a $96842 = 256 \times 375 + 842$, déterminer, sans faire la division, le reste de la division euclidienne de 96842 par chacun des entiers 256 et 375.

Exercice 2 :

Soit a un entier relatif quelconque, démontrer que l'entier $a \times (a^2 - 1)$ et, plus généralement, $a \times (a^{2^n} - 1)$ est divisible par 6.

Exercice 3 :

Démontrer que l'entier $7^n + 1$ est divisible par 8 si n est impair ; dans le cas n pair, donner le reste de sa division euclidienne par 8.

Exercice 4 :

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$\begin{aligned} n(n+1)(n+2)(n+3) &\text{ est divisible par } 24, \\ n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4) &\text{ est divisible par } 120. \end{aligned}$$

Exercice 5 :

Montrer que si r et s sont deux nombres entiers naturels somme de deux carrés d'entiers alors il en est de même pour le produit $r \times s$.

Exercice 6 :

Soient a, b des entiers supérieurs ou égaux à 1. Montrer :

1. $(2^a - 1) \mid (2^{a \times b} - 1)$;
2. $2^p - 1$ premier $\Rightarrow p$ premier ;
3. $2^n + 1$ premier $\Rightarrow n$ est une puissance de 2.