

PCSI – TD₃₂

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1 :

Résoudre les systèmes suivants en utilisant la méthode de Gauss :

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 0 \\ x - 8y + 8z = 0 \\ 3x - 2y + 4z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x + 5y + 3z = 0 \\ 3x - y - 4z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - 5z + 4t = 0 \\ 2x - 3y + 2z - 3t = 0 \\ 4x - 6y + z - 6t = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + y = 0 \\ 6x + 2y + z = 2 \\ 9x + 3y + 7z = 14 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 2x + y - z = -1 \\ x + 11y - 5z = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 4 \\ x + y - 2z = 1 \\ x + 4y + z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y - z = -1 \\ x + 3z = 3 \\ 2x + y + 4z = 4 \end{cases}$$

Exercice 2 :Soit a un nombre réel. On considère le système suivant, d'inconnues x, y et z :

$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ y + z = 1 \\ ax - a^2y + (a-1)z = 0 \end{cases}$$

1. Mettre le système sous forme semi-réduite.
2. Montrer que si $a \neq 1$ et si $a \neq -1$ alors le système possède une solution unique. La préciser.
3. Que se passe-t-il si $a = 1$ ou si $a = -1$?

Exercice 3 :Soit deux nombres complexes a et b . Discuter, suivant leurs valeurs, l'existence de solutions pour chacun des systèmes suivants. Lorsqu'une ou des solutions existent, préciser leur(s) valeur(s) (en fonction de a et b).

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = b \\ x + y + az = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + az = b \\ x + y + a^2z = b^2 \end{cases}$$