

PCSI – TD₃₀

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1 :

Pour les matrices suivantes, calculer $A \times B$ et $B \times A$. Que remarque-t-on ?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 & 1 \\ 5 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -6 & 7 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -3 & 7 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \\ 1 & 6 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 2 :

Pour les matrices suivantes, calculer $(A \times B) \times C$ puis $A \times (B \times C)$. Que remarque-t-on ?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 1 & 3 \\ 6 & -2 & -1 & 7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -5 & 2 \\ 3 & 1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 :

Soit $n \geq 2$ et $(A, B, C) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})^2$. Que pensez-vous de l'affirmation :
« $(A \times B = A \times C, \text{ et } A \neq 0_n) \implies B = C$ » ?

Exercice 4 :

Déterminer deux éléments A et B de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ tels que $A \times B = 0_2$ mais $B \times A \neq 0_2$.

Exercice 5 :

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Pour tout entier n , calculer A^n en utilisant $A - I_4$.

Exercice 6 :

Soit θ et x deux réels. Calculer les puissances n -ièmes des matrices suivantes :

$$A(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}, \quad B(x) = \begin{pmatrix} \cosh(x) & \sinh(x) \\ \sinh(x) & \cosh(x) \end{pmatrix}.$$