PCSI – TD_{28}

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1 :

Étudier la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par[1]

$$u_0 \in \mathbb{R}_+ \quad et \quad \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \sqrt{2+u_n}.$$

Exercice 2 :

On définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par

$$u_0 \in \mathbb{R} \quad et \quad \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \sin(u_n).$$

1. Si $u_0 \in [0, \pi/2]$, montrer que $(u_n)_n$ est une suite décroissante.
2. Si $u_0 \in [-\pi/2, 0]$, montrer que $(u_n)_n$ est une suite croissante.
3. Pour u_0 réel quelconque, montrer que $(u_n)_n$ est une suite convergente et donner sa limite.

Exercice 3 :

Étudier la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par

$$u_0 \in [-1, 1] \quad et \quad \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(1+u_n^2).$$

Exercice 4 :

Étudier la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par

$$u_0 \in \mathbb{R} \quad et \quad \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = e^{u_n}.$$

Exercice 5 :

Étudier la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par[2]

$$u_0 \in \mathbb{R} \quad et \quad \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = e^{u_n} - 1.$$

1. Dans cet exercice et les suivants, il est important de faire un dessin.
2. Attention, il y a ici deux cas !