PCSI – TD_{26}

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1 :

Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par $u_n = (-1)^n + 1/n$ n'est pas convergente.

Exercice 2 :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles telles que $(u_n+v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(u_n-v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ convergent. Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ convergent.

Exercice 3 :

Construire une suite $u_n = v_n \times w_n$ (resp. $v_n + w_n$) convergente et telle que l'une au moins des suites $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge.

Exercice 4 :

Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux ?

1. Si une suite positive est non majorée, elle tend vers $+\infty$.
2. Si une suite d'entiers converge, elle est stationnaire.
3. Si une suite a un nombre fini de valeurs, elle converge si et seulement si elle est stationnaire.
4. Une suite est convergente si et seulement si elle est bornée.
5. Si une suite n'est pas majorée, elle est minorée.

Exercice 5 :

Soit $l \in \mathbb{R}$. Que peut-on dire qu'une suite qui vérifie $\forall \epsilon \in]0,1[,\ \exists N \in \mathbb{N},\ \forall n > N,\ |u_n - l| < \epsilon$?

Exercice 6 :

Montrer que toute suite convergente est bornée.

Exercice 7 : (centrale PC)

Soient $K > 1$ et $(\varepsilon_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de réels positifs convergeant vers 0. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de $[0,1]$ telle que $\forall n \in \mathbb{N},\quad 0 \leqslant u_{n+1} \leqslant \dfrac{u_n + \varepsilon_n}{K}$. Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 0.