

PCSI – TD₂₃

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1 :

1. Montrer que si $r \in \mathbb{Q}$ et $x \notin \mathbb{Q}$ alors $r + x \notin \mathbb{Q}$ et si $r \neq 0$ alors $r \times x \notin \mathbb{Q}$.
2. On rappelle que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, en déduire : entre deux nombres rationnels il y a toujours un nombre irrationnel.

Exercice 2 :

Les nombres suivants sont-ils des rationnels ? des décimaux ?

$a = 1/3$, $b = 1/15$, $c = 1/25$, $d = 1/125$, e , $f = 0,333\cdots 3\cdots$, $g = \sqrt{2}$,
 $h = 0,123\ 456\ 789\ 123\ 456\ 789\ 123\ \cdots$, $i = 0,123\ 456\ 789\ 101\ 112\ 131\ 4\ \cdots$, $j = 13/7$, $k = 27/17$.

Exercice 3 :Trouver sous la forme p/q les rationnels dont les développements périodiques sont donnés par :

$3,14\underline{14}$; $0,99\underline{9}$; $3,149\underline{9}$.

Exercice 4 :Montrer que $\frac{\ln 3}{\ln 2}$ est irrationnel.**Exercice 5 :**On note $[x]$ la partie entière d'un réel x .

1. Montrer que $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ $[x] + [y] \leq [x + y] \leq [x] + [y] + 1$.
2. Calculer $[x] + [-x]$ pour $x \in \mathbb{R}$.
3. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$ et $\forall x \in \mathbb{R}$, $[x] = \left\lfloor \frac{[n \times x]}{n} \right\rfloor$.