

PCSI – TD₂₀

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1 :

Considérons l'intégrale

$$I = \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} \, dx$$

Effectuer le changement de variables $u = \sqrt{e^x - 1}$ et calculer I .**Exercice 2 :**

Calculer des primitives des fonctions suivantes :

$$f(x) = x^2 \times \sqrt{1+x}, \quad g(x) = \frac{1}{3 + \sin(x)}, \quad h(x) = \sqrt{1-x^2}.$$

Exercice 3 :

Sans calculer les intégrales, montrer que

$$\int_0^{\pi/2} \sin^n x \, dx = \int_0^{\pi/2} \cos^n x \, dx.$$

Exercice 4 :Soit f une fonction continue sur $[0, \pi]$. Montrer, en utilisant un changement de variables, que :

$$\int_0^\pi x \times f(\sin x) \, dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x) \, dx.$$

En déduire la valeur de

$$\int_0^\pi \frac{x \times \sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx.$$