

PCSI – TD<sub>2</sub>

Vésale Nicolas

2017 – 2018

---

---

**Exercice 1 :**

Pour  $P$  et  $Q$  deux propositions, montrer que :

$$\text{non}(P \Rightarrow Q) = (P \text{ et non}(Q)).$$

En déduire la réciproque, la contraposée et la négation des affirmations suivantes :

1. « Si  $2 + 2 = 5$  alors je suis le roi (la reine) d'Angleterre »,
2. « Si un réel est plus grand que 5, alors il est plus grand que 7 ».

**Exercice 2 :**

Donner la négation des propositions suivantes :

1. « Tous les soirs, je relis mon cours de mathématiques »
2. « S'il neige demain, alors j'irai au ski tous les jours de la semaine »
3.  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists \epsilon > 0, |x| \leq \epsilon$ .

**Exercice 3 :**

1. Montrer que si  $p \in \mathbb{Z}$  vérifie que  $p^2$  est pair alors  $p$  est pair.
2. En déduire que  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ .

**Exercice 4 :**

Résoudre les équations différentielles :

1.  $y' - y = \cos(t)$
2.  $y' - 2y = e^{-t}$
3.  $y' - y = 2 - e^t + \cos(t)$

**Exercice 5 :**

Résoudre le problème de Cauchy :

$$\begin{cases} y' + 2y = \cos(t) + \sin(t) \\ y(0) = 2 \end{cases}$$