

PCSI – TD₁₉

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1 :

Calculer des primitives des fonctions définies par les formules :

$$f(x) = \frac{1}{2x^2 - 4x + 2}, \quad g(x) = \frac{2x + 3}{x^2 + 3x - 10}, \quad h(x) = \frac{2x + 2}{x^2 + 3x - 10}, \quad k(x) = \frac{x + 1}{x^2 - x + 1}.$$

Exercice 2 :Montrer qu'il existe trois réels a , b et c tels que :

$$f(x) = \frac{1}{x^3 + 2x^2 + x + 2} = \frac{a}{x + 2} + \frac{bx + c}{x^2 + 1}.$$

En déduire une primitive de la fonction f .**Exercice 3 :**

Calculer des primitives des fonctions définies par les formules :

$$f(x) = x^2 \times e^x, \quad g(x) = x \times \ln(x), \quad h(x) = x^3 \times \cos(x), \quad k(x) = (x + 1) \times \arctan(x).$$

Exercice 4 : (intégrales de Wallis)Pour n entier naturel, on pose

$$W_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n x \, dx.$$

1. Calculer W_0 et W_1 .
2. En utilisant une double intégration par parties, montrer que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad W_{n+2} = \frac{n+1}{n+2} \times W_n.$$

3. En déduire W_{2n} et W_{2n+1} en fonction de n .