

PCSI – TD<sub>14</sub>

Vésale Nicolas

2017 – 2018

---

---

**Exercice 1 :**

Résoudre le problème de Cauchy :

$$y'' - 2y' + 2y = e^t \times \sin^2(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

**Exercice 2 :**Soit  $f$  une fonction dérivable sur  $I$ , à valeurs dans  $\mathbb{C}$ . Montrer que :

1.  $g = f \times \bar{f}$  est dérivable sur  $I$  et  $g' = 2 \operatorname{Re}(f' \times \bar{f})$ .
2. Si  $f$  ne s'annule pas,  $|f|$  est dérivable sur  $I$  et

$$|f|' = \frac{\operatorname{Re}(f' \times \bar{f})}{|f|}.$$

**Exercice 3 :**Déterminer l'ensemble des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que :

1. les points d'affixes  $z$ ,  $i$  et  $i \times z$  soient alignés ;
2. les points d'affixes  $z$ ,  $z^2$ ,  $z^3$  soient les sommets d'un triangle équilatéral ;
3. les points d'affixes  $z$ ,  $z^2$ ,  $z^3$  soient les sommets d'un triangle rectangle.

**Exercice 4 :**

Reconnaître la transformation du plan complexe

$$z \mapsto (\sqrt{3} - i) \times z - 2 + 2i \times (1 - \sqrt{3}).$$

**Exercice 5 :**

Écrire l'affixe  $z'$  du point  $M'$  image du point  $M$  d'affixe  $z$  par la similitude obtenue par composition d'une homothétie de centre  $A$  et d'affixe  $10$  de rapport  $2$  et d'une rotation de centre  $A$  et d'angle  $\pi/4$ .

**Exercice 6 :**Déterminer les similitudes directes  $S$  **involutives**, i.e. telles que  $S \circ S = \operatorname{Id}_{\mathbb{C}}$ .