# PCSI – $\text{TD}_{12}$

Vésale Nicolas

2017 – 2018

---

**Exercice 1 :**

Calculer le module et un argument des complexes :

1. $z_1 = \dfrac{\sqrt{6} + i\sqrt{2}}{2}$, $z_2 = 1 + i$, $z_3 = \dfrac{z_1}{z_2}$,
2. Pour $\theta$ un réel (commencez par l'ensemble de définition !) :
$$z_4 = \sin\theta + i\cos\theta, \quad z_5 = \frac{\cos\theta + i\sin\theta}{\cos\theta - i\sin\theta}, \quad z_6 = \frac{1}{1 + i\tan\theta}.$$
3. $z_7 = 3 + 4\,i$, $z_8 = 3 - 4\,i$, $z_9 = -3 + 4\,i$, $z_{10} = -3 - 4\,i$.

## Exercice 2 :

A-t-on : $\overline{e^z} = e^{\bar{z}}$ ?

## Exercice 3 :

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations :

1. $2\,z^2 + 2\,z + 4 = 0$,
2. $z^2 + (1 + 2\,i)\,z + i - 1 = 0$,
3. $z^2 - (1 - i)\,z - i = 0$,
4. $z^2 - (3 + 4\,i) \times z - 1 + 5\,i = 0$
5. $z^2 - 2\,\cos(\theta) \times z + 1 = 0$ $(\theta \in \mathbb{R})$.

## Exercice 4 :

On se propose de factoriser dans $\mathbb{R}$ de deux façons différentes l'expression :

$$x^4 + x^2 + 1.$$

1. Poser $y = x^2$. En déduire une factorisation dans $\mathbb{C}$ qui dépend de $y$ puis une factorisation dans $\mathbb{C}$ qui dépend de $x$ et enfin en regroupant astucieusement les termes deux à deux une factorisation dans $\mathbb{R}$.
2. Trouver $a$ tel que $x^4 + x^2 + 1 = a^2 - x^2$, en déduire la factorisation.