

PCSI – TD₁₁

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1 :

Soient $u, v \in \mathbb{C}$. Montrer que $|u + v| + |u - v| \geq |u| + |v|$.

Exercice 2 :

Calculer la dérivée troisième de la fonction définie par :

$$f(x) = \cos(x) \times \cos\left(\frac{x}{2}\right) \times \cos\left(\frac{x}{4}\right) \times \sin\left(\frac{x}{4}\right).$$

Exercice 3 :

Déterminer les valeurs exactes de

$$\sin\left(\frac{25\pi}{3}\right), \quad \cos\left(\frac{19\pi}{4}\right), \quad \tan\left(\frac{37\pi}{6}\right), \quad \cos\left(\frac{\pi}{16}\right).$$

Exercice 4 :

Simplifier, suivant la valeur de $x \in [-\pi, \pi]$, l'expression

$$\sqrt{1 - \cos x} + \left| \sin\left(\frac{x}{2}\right) \right|.$$

Exercice 5 :

Résoudre les équations :

$$(E_1) \quad \sin x = \frac{1}{2}, \quad (E_2) \quad \cos x = -\frac{1}{2}, \quad (E_3) \quad \tan x = -1,$$
$$(E_4) \quad \cos(5x) = \cos(3x), \quad (E_5) \quad \sin(x) + \sin(3x) = \sin(2x).$$

Exercice 6 :

Étudier le signe de la fonction :

$$f(x) = \cos(3x) + \cos(5x).$$