

PCSI – TD₁₀

Vésale Nicolas

2017 – 2018

Exercice 1 :Mettre sous la forme $a + bi$ les complexes suivants :

$$\frac{3 + 6i}{3 - 4i}, \quad \frac{1 + 2i}{1 - 2i}, \quad \left(\frac{1 + i}{2 - i}\right)^2, \quad \left(\frac{1 + i - \sqrt{3} \times (1 - i)}{1 + i}\right)^2.$$

Exercice 2 :Soit $z \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$. Calculer le module de

$$Z = \frac{\bar{z} - 1}{1 - z}.$$

Exercice 3 :Montrer que pour tous complexes z et z' on a l'égalité :

$$|z + z'|^2 + |z - z'|^2 = 2(|z|^2 + |z'|^2).$$

En déduire que, dans un parallélogramme, la somme des carrés des longueurs des côtés est égale à la somme des carrés des longueurs des diagonales.

Exercice 4 :Déterminer l'ensemble des nombres complexes z (attention à l'ensemble de définition !) vérifiant :

1. $\frac{z - i}{1 - i \times z} \in \mathbb{R}$,
2. $\left| \frac{z - i}{i \times z - 1} \right| = 1$.

Exercice 5 :Soient a, b, z trois complexes de module 1 deux à deux distincts. Montrer que

$$\frac{b}{a} \times \left(\frac{z - a}{z - b}\right)^2 \in \mathbb{R}_+^*.$$